Integral Indefinida

La diferencial

Sea la función $y = f(x)$, entonces su diferencial se define como el producto de la derivada por el diferencial de x.

$$dy = f'(x)\,dx$$

Ejemplos

1. La diferencial de la función $y = x^3 - 2x^2 + 4x - 5$ es:

a) $(3x^2 - 4x + 4)dx$ b) $(6x - 4)dx$ c) $(6x + 4)dx$ d) $(3x^2 - 4x - 4)dx$

Solución:
Se deriva la función, se multiplica por el diferencial de x:

$$dy = (3x^2 - 4x + 4)dx$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. La diferencial de la función $f(x) = \operatorname{sen} 4x$ es:

a) $4 \operatorname{sen} 4x$ b) $\cos 4x$ c) $4 \cos 4x\, dx$ d) $\operatorname{sen} 4x\, dx$

Solución:
Se deriva la función y se multiplica por el diferencial de x:

$$dy = 4 \cos 4x\, dx$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

La función integrable en un intervalo cerrado

Una función $F(x)$ se denomina antiderivada de la función $f(x)$ en un intervalo $[a, b]$ si $F'(x) = f(x)$ para cualquier valor de $x \in [a, b]$.

Ejemplo

¿Cuál de las siguientes funciones es la antiderivada de $f(x) = 2x - 3$?

a) $x^2 + 3x + C$ b) $2x - 3 + C$ c) $x^2 - 3x + C$ d) $2x + 3 + C$

Solución:
Cada una de las funciones se deriva para comprobar que es la antiderivada de $f(x) = 2x - 3$.

$\frac{d}{dx}(x^2 + 3x + C) = 2x + 3$, no es la antiderivada

$\frac{d}{dx}(2x - 3 + C) = 2$, no es la antiderivada

$\frac{d}{dx}(x^2 - 3x + C) = 2x - 3$, es la antiderivada

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

La antiderivación

Es el proceso mediante el cual se determina el conjunto de todas las antiderivadas de una función dada, el símbolo $\int$ (integral), denota la operación de antiderivada y se escribe:

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Donde: $F'(x) = f(x)$ y C: constante de integración.

Integral inmediata

1) $\int dx = x + C$

2) $\int a\,dx = a\int dx$

3) $\int (u + v - w)dx = \int u\,dx + \int v\,dx - \int w\,dx$

4) $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

5) $\int \operatorname{sen} x\,dx = -\cos x + C$

6) $\int \cos x\,dx = \operatorname{sen} x + C$

Ejemplos

1. La integral $\int x^2\,dx$ es:

a) $\frac{2x}{3} + C$ b) $x^3 + C$ c) $\frac{x^3}{3} + C$ d) $\frac{x^2}{3} + C$

Solución:
Al aplicar la integral $\int x^n dx$, se obtiene:

$$\int x^2 dx = \frac{x^{2+1}}{2+1} + C = \frac{x^3}{3} + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. La integral $\int (2x+5)dx$ es:

a) $x^2 + 5 + C$ b) $2x^2 + 5x + C$ c) $2x + 5 + C$ d) $x^2 + 5x + C$

Solución:

Al aplicar las fórmulas:

$$\int (2x+5)dx = \int 2x\,dx + \int 5\,dx = 2\int x\,dx + 5\int dx = 2\left(\frac{x^{1+1}}{1+1}\right) + 5x + C = \frac{2x^2}{2} + 5x + C = x^2 + 5x + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. La integral $\int x(3x+1)^2\,dx$ es:

a) $\frac{9x^4}{4} + 2x^3 + \frac{x^2}{2} + C$ b) $\frac{x^2(3x+1)^3}{6} + C$ c) $\frac{9x^4}{4} - 2x^3 + \frac{x^2}{2} + C$ d) $\frac{x^2(3x+1)^3}{3} + C$

Solución:

Se desarrolla la multiplicación para después integrar:

$$\begin{aligned}\int x(3x+1)^2\,dx = \int x(9x^2+6x+1)\,dx = \int (9x^3+6x^2+x)\,dx &= \int 9x^3\,dx + \int 6x^2\,dx + \int x\,dx\\ &= 9\int x^3\,dx + 6\int x^2\,dx + \int x\,dx\\ &= 9\left(\frac{x^4}{4}\right) + 6\left(\frac{x^3}{3}\right) + \frac{x^2}{2} + C\\ &= \frac{9x^4}{4} + 2x^3 + \frac{x^2}{2} + C\end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

4. La integral $\int (4\,\text{sen}\,x+5\cos x)dx$ es:

a) $4\cos x + 5\,\text{sen}\,x + C$

b) $4\,\text{sen}\,x - 5\cos x + C$

c) $4\,\text{sen}\,x + 5\cos x + C$

d) $-4\cos x + 5\,\text{sen}\,x + C$

Solución:

$$\begin{aligned}\int (4\,\text{sen}\,x+5\cos x)dx = \int 4\,\text{sen}\,x\,dx + \int 5\cos x\,dx = 4\int \text{sen}\,x\,dx + 5\int \cos x\,dx &= 4(-\cos x) + 5(\text{sen}\,x) + C\\ &= -4\cos x + 5\,\text{sen}\,x + C\end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 1 a 15 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Cambio de variable

- Fórmulas

1) $\int v^n\,dv = \frac{v^{n+1}}{n+1} + C$

2) $\int \frac{dv}{v} = \ln|v| + C$

3) $\int a^v\,dv = \frac{a^v}{\ln a} + C$

4) $\int e^v\,dv = e^v + C$

5) $\int \text{sen}\,v\,dv = -\cos v + C$

6) $\int \cos v\,dv = \text{sen}\,v + C$

Ejemplos

1. La integral $\int 2(2x+1)^3\,dx$ es:

a) $(2x+1)^4+C$ b) $\dfrac{(2x+1)^4}{4}+C$ c) $\dfrac{(2x+1)^3}{3}+C$ d) $\dfrac{(2x+1)^2}{2}+C$

Solución:
Se utiliza la fórmula $\int v^n\,dv$ donde:

$$v = 2x + 1 \quad y \quad dv = 2dx$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\int 2(2x+1)^3\,dx = \int (2x+1)^3\,2dx = \int v^3\,dv = \frac{v^4}{4}+C = \frac{(2x+1)^4}{4}+C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. La integral $\int (3x^2+5x)^4(6x+5)\,dx$ es:

a) $\dfrac{(3x^2+5x)^5(6x+5)^2}{5}+C$ b) $4(3x^2+5x)^3+C$ c) $\dfrac{(6x+5)^2}{2}+C$ d) $\dfrac{(3x^2+5x)^5}{5}+C$

Solución:
Se utiliza la fórmula $\int v^n\,dv$, donde:

$$v = 3x^2 + 5x \quad y \quad dv = (6x+5)dx$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\int (3x^2+5x)^4(6x+5)\,dx = \int v^4\,dv = \frac{v^5}{5}+C = \frac{(3x^2+5x)^5}{5}+C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. La integral $\int \operatorname{sen}^2 x \cos x\,dx$ es:

a) $\dfrac{\operatorname{sen}^3 x}{3}+C$ b) $2\operatorname{sen} x+C$ c) $\dfrac{\operatorname{sen}^2 x}{2}+C$ d) $\dfrac{\operatorname{sen} x}{3}+C$

Solución:
Se aplica la fórmula $\int v^n\,dv$ donde:

$$v = \operatorname{sen} x \quad y \quad dv = \cos x\,dx$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\int \operatorname{sen}^2 x \cos x\,dx = \int v^2\,dv = \frac{v^3}{3}+C = \frac{\operatorname{sen}^3 x}{3}+C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

4. La integral $\int 3\cdot 2^{3x}\,dx$ es:

a) $2^{3x}+C$ b) $2^{3x}+C$ c) $\dfrac{2^3}{\ln 2}+C$ d) $\dfrac{2^{3x}}{\ln 2}+C$

Solución:
Se aplica la fórmula $\int a^{n}\,dv$, donde:

$$v = 3x \quad y \quad dv = 3dx$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\int 3 \cdot 2^{3x}\,dx = \int 2^{3x} \cdot 3dx = \int 2^{v}\,dv = \frac{2^{v}}{\ln 2} + C = \frac{2^{3x}}{\ln 2} + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

5. La integral $\int 2 \cdot e^{2x}\,dx$ es:

a) $e^{2x} + C$ b) $e^{x} + C$ c) $2e^{2x} + C$ d) $2^{2x+1} + C$

Solución:
Se aplica la fórmula $\int e^{v}\,dv$, donde:

$$v = 2x \quad y \quad dv = 2dx$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\int 2 \cdot e^{2x}\,dx = \int e^{2x} \cdot 2dx = \int e^{v}\,dv = e^{v} + C = e^{2x} + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

6. La integral $\int 5\,\text{sen}(5x-3)dx$ es:

a) $-\text{sen}\,(5x-3) + C$ b) $-\cos\,(5x-3) + C$ c) $\cos\,(5x-3) + C$ d) $\text{sen}\,(5x-3) + C$

Solución:
Se aplica la fórmula $\int \text{sen}\,v\,dv$, donde:

$$v = 5x - 3 \quad y \quad dv = 5dx$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\int 5\,\text{sen}(5x-3)dx = \int \text{sen}(5x-3) \cdot 5dx = \int \text{sen}\,v\,dv = -\cos\,v + C = -\cos\,(5x-3) + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

En todos los casos anteriores la diferencial se encontraba en la integral; sin embargo, en algunas integrales se tiene que completar la diferencial para poder aplicar la fórmula.

Ejemplos

1. La integral $\int (3x+1)^{2}\,dx$ es:

a) $\frac{(3x+1)^{3}}{3} + C$ b) $2(3x+1) + C$ c) $\frac{(3x+1)^{3}}{9} + C$ d) $\frac{(3x+1)}{3} + C$

Solución:
Se aplica la fórmula $\int v^n\,dv$ donde:

$$v = 3x + 1 \quad y \quad dv = 3dx$$

La diferencial es $3dx$, entonces se completa la integral:

$$\int (3x+1)^2 dx = \int (3x+1)^2 \cdot \frac{1}{3}(3dx) = \frac{1}{3}\int (3x+1)^2 \cdot 3dx$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\frac{1}{3}\int (3x+1)^2 \cdot 3dx = \frac{1}{3}\int v^2\,dv = \frac{1}{3}\cdot\frac{v^3}{3} + C = \frac{v^3}{9} + C = \frac{(3x+1)^3}{9} + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. La integral $\int (x^2+3)^5 x\,dx$ es:

a) $\frac{(x^2+3)^6}{6}+C$ b) $\frac{x(x^2+3)^6}{12}+C$ c) $\frac{x(x^2+3)^6}{6}+C$ d) $\frac{(x^2+3)^6}{12}+C$

Solución:
Se aplica la fórmula $\int v^n\,dv$, donde:

$$v = x^2 + 3 \quad y \quad dv = 2x\,dx$$

Se completa la integral:

$$\int (x^2+3)^5 x\,dx = \int (x^2+3)^5 \cdot \frac{1}{2}(2x\,dx) = \frac{1}{2}\int (x^2+3)^5 (2x\,dx)$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\frac{1}{2}\int (x^2+3)^5 (2x\,dx) = \frac{1}{2}\int v^5\,dv = \frac{1}{2}\cdot\frac{v^6}{6} + C = \frac{v^6}{12} + C = \frac{(x^2+3)^6}{12} + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. La integral $\int e^{5x}\,dx$ es:

a) $e^{5x}+C$ b) $\frac{1}{5}e^{5x}+C$ c) $\frac{1}{5}e^{x}+C$ d) $e^{x}+C$

Solución:
Al aplicar la fórmula $\int e^v\,dv$, donde $v = 5x$ y $dv = 5dx$, se completa la integral y se realiza el cambio de variable

$$\int e^{5x}\,dx = \frac{1}{5}\int e^{5x}\cdot 5dx = \frac{1}{5}\int e^v dv = \frac{1}{5}e^v + C = \frac{1}{5}e^{5x} + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Integración por partes

Es uno de los métodos más usados para la resolución de una integral y se define por:

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

Donde la segunda integral es más sencilla de integrar, se aplica cuando se tiene:

- Una función algebraica por una función trascendente y no se pueda realizar por cambio de variable.
- Funciones para las que no existen fórmulas directas, como las logarítmicas o inversas trigonométricas.

Ejemplos

1. La integral $\int xe^x\,dx$ es:

a) $xe^x + C$ b) $\frac{x^2}{2} + e^x + C$ c) $xe^x - e^x + C$ d) $\frac{x^2e^x}{2} + C$

Solución:

Se eligen u y dv de la siguiente manera y se obtienen du y v, respectivamente

$$u = x \quad \rightarrow \quad du = dx$$

$$dv = e^x\,dx \quad \rightarrow \quad v = \int e^x\,dx = e^x$$

De acuerdo con la fórmula $\int u\,dv = uv - \int v\,du$,

$$\int xe^x\,dx = xe^x - \int e^x\,dx = xe^x - e^x + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. La integral $\int x \operatorname{sen} x\,dx$ es:

a) $-x\cos x + \operatorname{sen} x + C$ b) $x\cos x + \operatorname{sen} x + C$

c) $-x\operatorname{sen} x + \cos x + C$ d) $x\operatorname{sen} x - \cos x + C$

Solución:

Se eligen u y dv para obtener du y v respectivamente:

$$u = x \quad \rightarrow \quad du = dx$$

$$dv = \operatorname{sen} x\,dx \quad \rightarrow \quad v = \int \operatorname{sen} x\,dx = -\cos x$$

De acuerdo con la fórmula:

$$\int x\operatorname{sen} x\,dx = x(-\cos x) - \int -\cos x\,dx = -x\cos x + \int \cos x\,dx = -x\cos x + \operatorname{sen} x + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. La integral $\int \ln x\,dx$ es:

a) $x\ln x + C$ b) $x(\ln x - 1) + C$ c) $x^2(\ln x + 1) + C$ d) $x\ln x - 1 + C$

continuación

Solución:

Se eligen u y dv:

$$u = \ln x \quad \rightarrow \quad du = \frac{dx}{x}$$

$$dv = dx \quad \rightarrow \quad v = \int dx = x$$

Por consiguiente, $\int \ln x\, dx = x \ln x - \int x \cdot \frac{dx}{x} = x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C = x(\ln x - 1) + C$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Integral Definida

Sea $y = f(x)$ una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$, entonces la integral definida de $f(x)$ de a a b es:

$$\int_a^b f(x) = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a)$$

Ejemplos

1. El valor de la integral definida $\int_0^3 x^3 dx$ es:

a) $-\frac{81}{4}$ b) 3 c) -3 d) $\frac{81}{4}$

Solución:

$$\int_0^3 x^3\, dx = \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^3 = \left[\frac{(3)^4}{4}\right] - \left[\frac{(0)^4}{4}\right] = \frac{81}{4} - \frac{0}{4} = \frac{81}{4}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. El valor de la integral definida $\int_0^4 (x-1)^2 dx$ es:

a) $-\frac{26}{3}$ b) $\frac{28}{3}$ c) $\frac{26}{3}$ d) $-\frac{28}{3}$

Solución:

Se aplica la fórmula $\int v^n\, dv$ donde $v = x - 1$ y $dv = dx$, entonces:

$$\int_0^4 (x-1)^2\, dx = \left[\frac{(x-1)^3}{3}\right]_0^4 = \frac{(4-1)^3}{3} - \frac{(0-1)^3}{3} = \frac{(3)^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3} = \frac{27}{3} + \frac{1}{3} = \frac{28}{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. El valor de la integral definida $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x\, dx$

a) 1 b) 2 c) -1 d) -2

Solución: $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x\, dx = \left[-\cos x\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} = \left(-\cos\frac{\pi}{2}\right) - (-\cos 0) = (-0) - (-1) = 0 + 1 = 1$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

4. El valor de la integral definida $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}^2 x \cos x\, dx$ es:

a) $\frac{4}{3}$ b) $-\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $-\frac{4}{3}$

Solución:

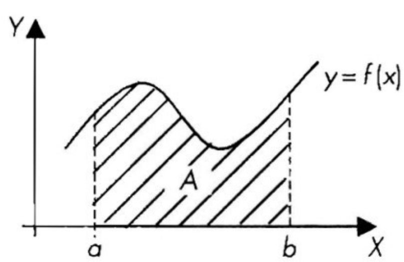
Se aplica la fórmula $\int v^n\, dv$, donde $v = \operatorname{sen} x$ y $dv = \cos x\, dx$

$$\int_{c}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}^2 x \cos x\, dx = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} v^2\, dv = \left[\frac{v^3}{3}\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} = \left[\frac{(\operatorname{sen} x)^3}{3}\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\left(\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}\right)^3}{3} - \frac{(\operatorname{sen} 0)^3}{3} = \frac{(1)^3}{3} - \frac{(0)^3}{3} = \frac{1}{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Resuelve los reactivos 29 a 32 correspondientes al ejercicio 4 de esta unidad.

Área bajo una curva



Sea $y = f(x)$ una función definida en el intervalo $[a, b]$, entonces el área formada por la curva, el eje X y las rectas $x = a$ y $x = b$, está dada por:

$$A = \int_{a}^{b} f(x)\, dx$$

a y b son respectivamente los límites de integración inferior y superior

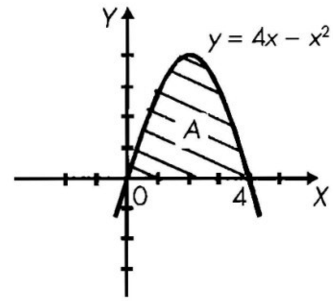
Ejemplos

1. El área formada por la curva $y = 4x - x^2$, el eje X y las rectas $x = 0$ y $x = 4$, es:

a) $\frac{64}{3}\, u^2$ b) $\frac{32}{3}\, u^2$ c) $\frac{16}{3}\, u^2$ d) $\frac{8}{3}\, u^2$

Solución:

El área está dada por:



$$A = \int_0^4 (4x - x^2)dx$$

Al resolver la integral definida se obtiene:

$$\int_0^4 (4x - x^2)dx = \left[2x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_0^4 = \left[2(4)^2 - \frac{(4)^3}{3}\right] - \left[2(0)^2 - \frac{(0)^3}{3}\right]$$

$$= 32 - \frac{64}{3} = \frac{96 - 64}{3} = \frac{32}{3}\,u^2$$

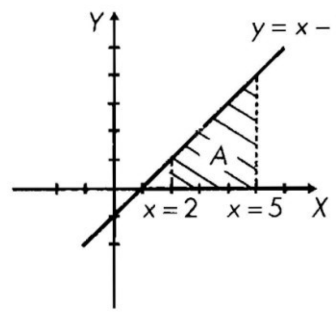
El área es $\frac{32}{3}\,u^2$ y la opción correcta es el inciso b

2. El área formada por la recta $y = x - 1$, el eje X y las rectas $x = 2$ y $x = 5$ es:

a) $\frac{35}{2}\,u^2$ b) $\frac{25}{2}\,u^2$ c) $\frac{15}{2}\,u^2$ d) $10u^2$

Solución:

El área está dada por:



$$A = \int_2^5 (x - 1)dx$$

Al resolver la integral definida, se obtiene:

$$\int_2^5 (x - 1)dx = \left[\frac{x^2}{2} - x\right]_2^5 = \left[\frac{(5)^2}{2} - 5\right] - \left[\frac{(2)^2}{2} - 2\right]$$

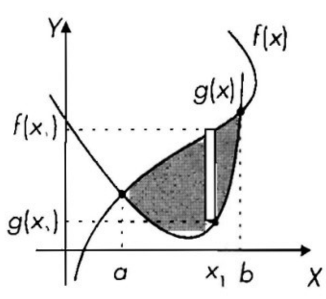
$$= \frac{25}{2} - 5 - 2 + 2 = \frac{15}{2}\,u^2.$$

El área es $\frac{15}{2}\,u^2$ y la opción correcta es el inciso c.

Resuelve los reactivos 33 a 35 correspondientes al ejercicio 5 de esta unidad.

Área entre dos curvas

Sean las curvas $f(x)$ y $g(x)$ definidas en el intervalo $[a, b]$, el área comprendida entre ellas está dada por la fórmula:



$$A = \int_a^b \left[f(x) - g(x)\right]dx$$

Donde:

Los límites de integración inferior y superior a y b respectivamente, son las abscisas de los puntos de intersección.

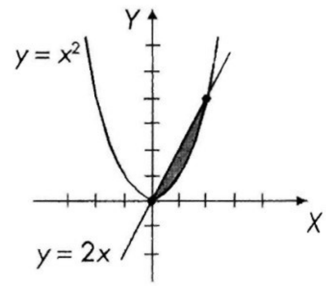
Ejemplos

1. El área entre la parábola $y = x^2$ y la recta $y = 2x$ es:

a) $\frac{4}{5}u^2$ b) $\frac{3}{4}u^2$ c) $9u^2$ d) $\frac{4}{3}u^2$

Solución:

Se determinan los puntos de intersección y se grafican las curvas



Al igualar las ecuaciones se obtiene:

$$x^2 = 2x$$
$$x^2 - 2x = 0$$
$$x(x - 2) = 0$$
$$x = 0$$
$$x = 2$$

Los valores $x = 0$ y $x = 2$ son los limites de integración inferior y superior, respectivamente.

Mediante la fórmula el área está dada por:

$$A = \int_0^2 \left[2x - x^2\right] dx$$

Al resolver la integral definida se obtiene:

$$A = \int_0^2 \left[2x - x^2\right] dx = \left[x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \left[(2)^2 - \frac{(2)^3}{3}\right] - \left[(0)^2 - \frac{(0)^3}{3}\right] = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}u^2$$

El área es $\frac{4}{3}u^2$, por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. El área entre las curvas $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{2}x$ es:

a) $\frac{4}{3}u^2$ b) $\frac{15}{4}u^2$ c) $\frac{20}{3}u^2$ d) $-\frac{1}{3}u^2$

Solución:

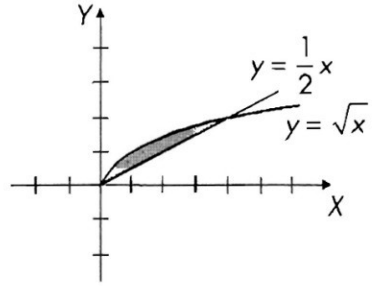
Se determinan los puntos de intersección

Al igualar las ecuaciones se obtiene:

$$\frac{1}{2}x = \sqrt{x}$$
$$x = 2\sqrt{x}$$
$$x^2 = 4x$$
$$x^2 - 4x = 0$$
$$x(x - 4) = 0$$
$$x = 0$$
$$x = 4$$

Los valores $x = 0$ y $x = 4$ son los límites de integración inferior y superior respectivamente.

El área entre las curvas está representada en la siguiente gráfica



Con la fórmula el área está dada por:

$$A = \int_0^4 \left[\sqrt{x} - \frac{1}{2}x \right] dx$$

Al resolver la integral definida se obtiene:

$$A = \int_0^4 \left[\sqrt{x} - \frac{1}{2}x \right] dx = \left[\frac{2}{3}x\sqrt{x} - \frac{1}{4}x^2 \right]_0^4 = \left[\frac{2}{3}(4)\sqrt{4} - \frac{1}{4}(4)^2 \right] - \left[\frac{2}{3}(0)\sqrt{0} - \frac{1}{4}(0)^2 \right] = \frac{16}{3} - \frac{16}{4} = \frac{16}{3} - 4 = \frac{4}{3}u^2$$

El área es $\frac{4}{3}u^2$, por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Guia para examen

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. ¿Cuál de las siguientes funciones es la antiderivada de $f(x) = 3x^2 + 4x - 1$?

   a) $x^3 + 2x^2 + x + C$ b) $x^3 + 2x^2 - x + C$ c) $x^3 + x^2 - x + C$ d) $2x^3 + 2x^2 - x + C$

2. ¿Cuál de las siguientes funciones es la antiderivada de $f(x) = 2x - 1$?

   a) $x^2 - 2x + C$ b) $x^2 + x + C$ c) $2x^2 - x + C$ d) $x^2 - x + C$

3. ¿Cuál de las siguientes funciones es la antiderivada de $f(x) = 12x^2 - 2x + 6$?

   a) $4x^3 - x^2 + 6x + C$ b) $4x^3 + x^2 + 6x + C$ c) $x^3 - x^2 + 6x + C$ d) $4x^3 - x^2 + x + C$

4. ¿Cuál de las siguientes funciones es la antiderivada de $y = 1 - \cos x$?

   a) $2x - \operatorname{sen} x + C$ b) $x + \operatorname{sen} x + C$ c) $x - \operatorname{sen} x + C$ d) $x^2 - \operatorname{sen} x + C$

5. ¿Cuál de las siguientes funciones es la antiderivada de $y = \dfrac{1}{x-4}$?

   a) $\ln(x-4)^2 + C$ b) $\ln(x+4) + C$ c) $2\ln(x-4) + C$ d) $\ln(x-4) + C$

6. La respuesta de $\int 9\,dx$ es:

   a) $9x + C$ b) $\frac{1}{9}x + C$ c) $x + C$ d) $-9x + C$

7. El resultado de $\int (x^2 - 5x + 7)\,dx$ es:

   a) $3x^3 - 5x^2 + 7x + C$ b) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 7x + C$ c) $\frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 7x + C$ d) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 \quad 7x + C$

8. El resultado de $\int (4x^3 + x^2 - 8x + 12)\,dx$ es:

   a) $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 4x^2 + 12x + C$ b) $x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 12x + C$

   c) $x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 4x^2 + 12x + C$ d) $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 2x + C$

9. El resultado de $\int \left(\dfrac{x^3 - 3x^2 + 12x}{x}\right) dx$ es:

   a) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 12x + C$ b) $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 12x + C$

   c) $\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 12x + C$ d) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 12x + C$

10. El resultado de $\int (2x-5)(6-x)\,dx$ es:

    a) $-\frac{2}{3}x^3 + \frac{17}{2}x^2 - 30x + C$ b) $-\frac{2}{3}x^3 - \frac{17}{2}x^2 - 30x + C$

11. El resultado de $\int \frac{2 \operatorname{sen} x}{5} dx$ es:

a) $\frac{2}{5}\cos x + C$ b) $-\frac{2}{5}\cos x + C$ c) $-\cos x + C$ d) $-\frac{2}{5}\operatorname{sen} x + C$

12. El resultado de $\int \frac{4}{\csc x} dx$ es:

a) $-\frac{1}{4}\operatorname{sen} x + C$ b) $-\frac{1}{4}\cos x + C$ c) $-\cos x + C$ d) $-4\cos x + C$

13. El resultado de $\int (3x^2 - 5\cos x)dx$ es:

a) $x^3 - 5\operatorname{sen} x + C$ b) $x^3 + 5\operatorname{sen} x + C$ c) $5x^3 - \operatorname{sen} x + C$ d) $x^3 - \operatorname{sen} x + C$

14. El resultado de $\int (7\cos x - \operatorname{sen} x)\,dx$ es:

a) $7\operatorname{sen} x - \cos x + C$ b) $7\operatorname{sen} x + \cos x + C$ c) $\operatorname{sen} x + \cos x + C$ d) $\operatorname{sen} x + 7\cos x + C$

15. El resultado de $\int \frac{2}{\sec x} dx$ es:

a) $-2\operatorname{sen} x + C$ b) $2\operatorname{sen} x + C$ c) $\operatorname{sen} x + C$ d) $4\operatorname{sen} x + C$

2 Resuelve los siguientes reactivos:

16. El resultado de $\int (x-4)^2\,dx$ es:

a) $(x-4)^3 + C$ b) $\frac{(x+4)^3}{3} + C$ c) $\frac{2(x-4)^3}{3} + C$ d) $\frac{(x-4)^3}{3} + C$

17. El resultado de $\int 2x(x^2-9)^3\,dx$ es:

a) $\frac{(x^2-9)^4}{5} + C$ b) $(x^2-9)^4 + C$ c) $\frac{(x^2-9)^4}{4} + C$ d) $\frac{(x^2-9)^3}{4} + C$

18. El resultado de $\int \frac{10x}{(5x^2-2)^4} dx$ es:

a) $-\frac{1}{3(5x^2-2)^3} + C$ b) $\frac{1}{3(5x^2-2)^3} + C$ c) $-\frac{1}{3(5x^2-2)^4} + C$ d) $-\frac{3}{(5x^2-2)^3} + C$

19. El resultado de $\int x(3x^2+2)^5\,dx$ es:

a) $\frac{(3x^2+2)^6}{6} + C$ b) $-\frac{(3x^2+2)^6}{36} + C$ c) $\frac{(3x^2+2)^6}{36} + C$ d) $\frac{(3x^2-2)^6}{3} + C$

20. El resultado de $\int \cos 3x\,dx$ es:

a) $\frac{1}{3}\operatorname{sen} 3x + C$ b) $\operatorname{sen} 3x + C$ c) $-\frac{1}{3}\operatorname{sen} 3x + C$ d) $3\operatorname{sen} 3x + C$

21. El resultado de $\int x^2 \cos x^3 \, dx$ es:

a) $\frac{1}{3} \operatorname{sen} x + C$ b) $\operatorname{sen} x^3 + C$ c) $\frac{1}{3} \operatorname{sen} x^3 + C$ d) $-\frac{1}{3} \operatorname{sen} x^3 + C$

22. El resultado de $\int 3x \operatorname{sen} x^2 \, dx$ es:

a) $\frac{3}{2} \cos 2x^2 + C$ b) $-\frac{3}{2} \cos x + C$ c) $\frac{3}{2} \cos x^2 + C$ d) $-\frac{3}{2} \cos x^2 + C$

23. El resultado de $\int e^{5x} \, dx$ es:

a) $\frac{2}{5} e^{5x} + C$ b) $\frac{1}{5} e^{5x} + C$ c) $-\frac{1}{5} e^{5x} + C$ d) $\frac{1}{5} e^{x} + C$

24. El resultado de $\int 6x \, e^{x^2} \, dx$ es:

a) $3e^{-x^2} + C$ b) $e^{x^2} + C$ c) $-3e^{x^2} + C$ d) $3e^{x^2} + C$

25. El resultado de $\int 3 \cos x \, e^{\operatorname{sen} x} \, dx$ es:

a) $3e^{\cos x} + C$ b) $-3e^{\operatorname{sen} x} + C$ c) $3e^{\operatorname{sen} x} + C$ d) $3 \operatorname{sen} x \, e^{x} + C$

3 Resuelve los siguientes reactivos:

26. El resultado de $\int 5x \, e^x \, dx$ es:

a) $5(x-1) + C$ b) $5e^x(x-1) + C$ c) $-5e^x(x-1) + C$ d) $e^x(x-1) + C$

27. El resultado de $\int 2x \operatorname{sen} x \, dx$ es:

a) $\operatorname{sen} x - x \cos x + C$ b) $\operatorname{sen} x - 2x \cos x + C$ c) $2 \operatorname{sen} x + 2x \cos x + C$ d) $2 \operatorname{sen} x - 2x \cos x + C$

28. La integral de $\int \frac{\ln x}{2} \, dx$ es:

a) $\frac{x}{3}(\ln x - 1) + C$ b) $\frac{3x}{2}(\ln x + 1) + C$ c) $\frac{x}{2}(\ln x + 1) + C$ d) $\frac{x}{2}(\ln x - 1) + C$

4 Resuelve los siguientes reactivos:

29. ¿Cuál es el valor de la integral $\int_0^1 x^2 \, dx$?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $-\frac{1}{3}$ d) 3

30. ¿Cuál es el valor de la integral $\int_{-1}^{2} (x^2 - 1) \, dx$?

a) 10 b) 6 c) 4 d) 0

31. ¿Cuál es el valor de la integral $\int_{1}^{2}(1-x^3)dx$?

a) $\frac{15}{4}$ b) $-\frac{11}{16}$ c) $-\frac{11}{4}$ d) $-\frac{7}{4}$

32. ¿Cuál es el valor de la integral $\int_{1}^{3}(x^3-1)dx$?

a) -5 b) 16 c) 26 d) 0

5 Resuelve las siguientes preguntas:

33. Hallar el área limitada por la curva $y = x^2$, el eje X y las rectas $x = 0$, $x = 3$

a) $18u^2$ b) $9u^2$ c) $-9u^2$ d) $-18u^2$

34. El área formada por la curva $y = 4 - x^2$, el eje X y las rectas $x = -1$, $x = 2$

a) $-9u^2$ b) $16u^2$ c) $9u^2$ d) $29u^2$

35. Hallar el área limitada por la curva $y = x - x^3$, el eje X y las rectas $x = 0$, $x = 1$

a) $\frac{1}{4}u^2$ b) $\frac{2}{3}u^2$ c) $-\frac{1}{2}u^2$ d) $\frac{1}{3}u^2$

36. Hallar el área limitada por las curvas $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$

a) $\frac{1}{2}u^2$ b) $\frac{1}{3}u^2$ c) $\frac{1}{4}u^2$ d) $3u^2$

37. El área entre las curvas $y = 4x - x^2$, $y = x$

a) $\frac{2}{9}u^2$ b) $\frac{54}{6}u^2$ c) $\frac{45}{2}u^2$ d) $\frac{9}{2}u^2$